


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
подпись, расшифровка подписи  
14.04.2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.02.01. Разрешимость математических моделей жидкостей Кельвина-Фойгта

- 1. Шифр и наименование направления подготовки:**  
01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** математические модели гидродинамики
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** доцент, к.ф.-м.н. Турбин Михаил Вячеславович
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.
- 8. Учебный год:** 2023-2024 **Семестр(-ы):** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

- ознакомление с использованием аппроксимационно-топологического метода исследования разрешимости моделей жидкостей Кельвина-Фойгта;
- дать качественные математические и естественнонаучные знания, востребованные обществом;
- дать современные теоретические знания в области уравнений гидродинамики и практические навыки в решении и исследовании начально-краевых задач;
- сформировать социально-личностные качества выпускников: целеустремленность, организованность, трудолюбие, коммуникабельность, умение работать в коллективе, ответственность за конечный результат своей профессиональной деятельности, способность самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

*Задачами освоения курса являются:*

- сформулировать у студента целостное понимание о математической дисциплине, устойчивые математические навыки, необходимые для изучения других специальных дисциплин;
- развитие у учащихся навыков использования аппроксимационно-топологического метода при исследовании математических моделей жидкостей Кельвина-Фойгта;

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Разрешимость математических моделей жидкостей Кельвина-Фойгта» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 дисциплины по выбору.

Для её успешного изучения необходимо знание следующих курсов: математический анализ, функциональный анализ, уравнения в частных производных, аппроксимационно-топологический метод для разрешимости уравнений гидродинамики.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач математической гидродинамики	ПК-1.1	Обладает большим объемом знаний в области математической гидродинамики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математической гидродинамики Уметь: формулировать постановки основных задач математической гидродинамики, формулировать и доказывать теоремы предметной области Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию математической гидродинамики
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы проведения научных экспериментов, подходы к анализу научно-исследовательских работ Уметь: находить, формулировать и исследовать разрешимость в научно-исследовательской деятельности Владеть: методами исследования и решения классических моделей гидродинамики
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы анализа научно-исследовательских работ, основы научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики Уметь: определять и развивать тематику научного исследования Владеть: современными методами

				научного анализа в области математической гидродинамики
ПКВ-3	Способен осуществлять теоретическое обобщение научных данных и результатов экспериментов в моделях математической гидродинамики	ПКВ-3.1	Обладает теоретическим аппаратом, необходимым для обобщения научных данных и результатов экспериментов в моделях математической гидродинамики	Знать: теоретический аппарат обобщения научных данных и результатов экспериментов в моделях математической гидродинамики. Уметь: обобщать научные данные и результаты экспериментов в моделях математической гидродинамики. Владеть: методами, позволяющими при помощи теоретического аппарата обобщать научные данные и результаты экспериментов в моделях математической гидродинамики.
		ПКВ-3.2	Умеет структурировать и обобщать научные и экспериментальные данные, четко формулировать и излагать необходимую информацию	Знать: методы и способы структурирования и обобщения научных и экспериментальных данных, четкого формулирования и изложения необходимой информации. Уметь: структурировать и обобщать научные и экспериментальные данные, грамотно формулировать и излагать информацию. Владеть: методами, позволяющими структурировать и обобщать научные и экспериментальные данные, четко формулировать и излагать необходимую информацию.
		ПКВ-3.3	Имеет практический опыт обобщения подобной информации	Знать: практически используемые методы обобщения информации. Уметь: обобщать полученную информацию на практике. Владеть: практическими методами обобщения информации.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.**

**Форма промежуточной аттестации: зачет.**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
Аудиторные занятия	20	4
в том числе:		20
лекции	10	10
практические	10	10
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	52	52
Итого:	72	72

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина-Фойгта	Вспомогательные утверждения. Необходимые обозначения	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=23216
1.2	Две постановки начально-краевых задач и формулировка основных результатов	Первая постановка. Вторая постановка	

1.3	Вспомогательная задача	Постановка задачи о слабых решениях и формулировка основного результата. Операторные уравнения и исследование свойств операторов	
1.4	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина-Фойгта	Вспомогательные утверждения. Необходимые обозначения	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=23216">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=23216</a>
2.2	Две постановки начально-краевых задач и формулировка основных результатов	Первая постановка. Вторая постановка	
2.3	Вспомогательная задача	Постановка задачи о слабых решениях и формулировка основного результата. Операторные уравнения и исследование свойств операторов	
2.4	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина-Фойгта	2	2	-	12	16
2	Две постановки начально-краевых задач и формулировка основных результатов	2	2	-	12	16
3	Вспомогательная задача	4	4	-	14	22
4	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	2	2	-	14	18
	Итого:	10	10	-	52	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Разрешимость математических моделей жидкостей Кельвина-Фойгта» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин .— М. : КРАСАНД, 2012 .— 416 с
2	Звягин В.Г., Дмитриенко В.Т. Аппроксимационно -топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / М.: УРСС, 2004.—112 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учеб. пособие по специальности 010100 – Математика / В.Г.Звягин, Д.А.Воротников.- Воронеж : ЛОП.ВГУ, 2004. – 42 с.
4	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / О.А. Ладыженская.—М.: Наука, 1970.—288с
5	Фурсиков А. В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения: учеб. пособие для мат. специальностей вузов / А. В. Фурсиков.—Новосибирск: Науч. кн., 1999.— 350 с.
6	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам.—М.: Мир, 1981.— 408 с.
7	Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас.-М.: Мир, 1978. – 336 с.
8	Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.- М.: Мир, 1972. – 587 с.
9	Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К.Ректорис.-М.: Наука, 1985. - 589 с.
10	Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С.Л.Соболев.-М.: Наука, 1988. – 333 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
11	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
12	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a>
13	Сайт факультета <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)**

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин .— М. : КРАСАНД, 2012 .— 416 с
2	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на сайте «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=23216>)

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

### 19. Фонд оценочных средств:

#### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина-Фойгта	ПК-1 ПКВ-3	ПКВ-3.1 ПКВ-3.2 ПК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Две постановки начально-краевых задач и формулировка основных результатов	ПК-1 ПКВ-3	ПКВ-3.1 ПКВ-3.2 ПК-1.1 ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Вспомогательная задача	ПК-1 ПКВ-3	ПКВ-3.1 ПКВ-3.2 ПК-1.1 ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок	ПК-1 ПКВ-3	ПКВ-3.1 ПКВ-3.2 ПКВ-3.3 ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - зачёт		Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы		

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

##### Домашние задания:

##### По теме 1. Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина-Фойгта

Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. — М. : КРАСАНД, 2012. — 416 с

Задание:

1. Доказать Теорему 2.3.2
2. Доказать Теорему 2.3.3

##### По теме 2. Две постановки начально-краевых задач и формулировка основных результатов

Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. — М. : КРАСАНД, 2012. — 416 с

Задание:

1. Вывести интегральное равенство 2.4.4
2. Привести определения и нормы используемых пространств

По теме 3 Вспомогательная задача

Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. — М. : КРАСАНД, 2012. — 416 с

Задание:

1. Вывести интегральное равенство 2.5.5
2. Доказать пункт 2) Леммы 2.5.5

По теме 4. Априорные оценки. Существование и единственность слабого решения в каждой из постановок

Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. — М. : КРАСАНД, 2012. — 416 с

Задания:

1. Показать применение свойств нормировки и гомотопической инвариантности в доказательстве Теорем 2.5.1 и 2.5.2
2. Доказать Теорему 2.4.1

### **Примерный перечень задач для контрольной работы №1:**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Первая постановка.
2. Единственность слабого решения второй постановки начально-краевой задачи.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

#### **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Разрешимость математических моделей жидкостей Кельвина-Фойгта» проводится в форме зачёта. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты

текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачёта учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то выставляется зачёт. Если обучающийся не имеет положительной оценки по контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе зачёта.

**Примерный перечень вопросов:**

1	Об обобщенной модели движения жидкости Кельвина–Фойгта
2	Определение и норма пространств $V, H$
3	Вспомогательные утверждения (без доказательства)
4	Слабая и *-слабая сходимости (без доказательства)
5	Определение и свойства преобразования Лапласа
6	Первая постановка
7	Вторая постановка
8	Вспомогательная задача
9	Постановка задачи о слабых решениях и формулировка основного результата
10	Операторные уравнения эквивалентные задаче о слабых решениях задачи (2.5.1)-(2.5.4) и исследование свойств операторов из этих уравнений (без доказательства)
11	Априорная оценка
12	Доказательство теоремы 2.5.1
13	Доказательство теоремы 2.5.2
14	Доказательство теоремы 2.4.1
15	Доказательство теоремы 2.4.2

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой. Усвоение взаимосвязей основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.	Зачтено
Пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	Не зачтено

**20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

№1 Существование слабого решения доказывается с помощью теории ...

а) интегральных преобразований

**б) степени Лере-Шаудера**

в) операторной теории

Ответ: б)

№2 Оператор  $K : W_p \rightarrow L_p(0, T; V) \times V$  является

а) ограниченным

**б) вполне непрерывным**

в) непрерывным

Ответ: б)

№3 Отображение  $B : L_4(\Omega)^n \rightarrow V$  — непрерывно, для него имеет место оценка:

а)  $\|B(v)\| \leq 0$



б)  $\|B(v)\| \leq C \|v\|_{L_4(\Omega)^n}$

в)  $\|B(v)\| \geq 0$

Ответ: б)

№4 Для операторного уравнения

$$L(v) - \eta K(v) = \eta(f, a),$$

имеет место следующая априорная оценка:

а)  $\|v\|_{W_p} = C$

б)  $\|v\|_{W_p} \leq C$

в)  $\|v\|_{W_p} \neq C$ .

Ответ: б)

№5 Операторное уравнение имеет вид:

$$(\mu_2 A + J)v + \mu_1 Av + Nv - B(v) = f,$$

где  $\langle B(v), \varphi \rangle$  имеет вид

а)  $\int_{\Omega} v_i v_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dx$

б)  $\int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n v_i v_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dx$

в)  $\int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n v_i v_j dx$ .

Ответ: б)

№6 Заполните пропуск.

Пространство  $V = \{v : v \in L_2(\Omega), \dots\}$ .

а)  $\operatorname{div} v(t, x) = 0$ .

б)  $\operatorname{div} v(t, x) \neq 0$ .

Ответ: а)

№7 Последовательность  $\{u_m\} \subset E$  называется ... сходящейся к элементу  $u \in E$ , если

$$\langle \varphi, u_m \rangle \rightarrow \langle \varphi, u \rangle, m \rightarrow \infty$$

для любого  $\varphi \in E$ .

Ответ: Слабо.

№8 Последовательность  $\{\varphi_m\} \subset E$  называется ... сходящейся к функционалу  $\varphi \in E$ , если

$$\langle \varphi_m, u \rangle \rightarrow \langle \varphi, u \rangle, m \rightarrow \infty$$

для любого  $\varphi \in E$ .

Ответ: \*-слабо.

№9 Через  $L_p(\Omega)^n, 1 \leq p < \infty$ , обозначается множество всех ... функций, суммируемых с p-той степенью, то есть функций, для которых

$$\int_{\Omega} |u(x)| < \infty$$

Ответ: **Измеримых.**

№10 Отображение  $A$  метрического пространства  $X$  в себя называется ... отображением, если существует такое число  $q < 1$ , что для любых  $x, y \in X$  выполняется неравенство:

$$\rho(Ax, Ay) \leq q\rho(x, y)$$

Ответ: **Сжимающим.**

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 24.03.2022 г.